МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Трехгорный технологический институт–
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ТТИ НИЯУ МИФИ)

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора
____________ Т.В. Труфанова
«29» января 2025 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Специальность: **09.02.07. Информационные системы и программирование**

Квалификация выпускника: **администратор баз данных/ специалист по тестированию в области информационных технологий/программист/ технический писатель/ специалист по информационным системам/ специалист по информационным ресурсам/ разработчик веб и мультимедийных приложений**

Форма обучения: **очная**

г. Трехгорный
2025

СОДЕРЖАНИЕ

1 Паспорт фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для контроля и оценки знаний, полученных обучающимися за время освоения учебной дисциплины «Элементы высшей математики».

ФОС включает контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме экзамен.

ФОС разработан на основании следующих документов:

– Федерального государственного образовательного стандарта по специальности 09.02.07 «Информационные системы и программирование», утвержденного приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 09 декабря 2016 г. № 1547;

– программы подготовки специалистов среднего звена по специальности СПО 09.02.07 «Информационные системы и программирование».

1.2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Перечень формируемых компетенций.

В ходе изучения дисциплины производится освоение обучающимися следующих компетенций:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;

ПК 1.4 Выполнять тестирование программных модулей;

ПК 1.5 Осуществлять рефакторинг и оптимизацию программного кода.

Воспитательная работа

Естественнонаучный и общепрофессиональный модули		
Направление/ цели	Создание условий, обеспечивающих:	Использование воспитательного потенциала учебной дисциплины
Профессиональное и	- формирование глубокого понимания социальной роли	1.Использование воспитательного потенциала дисциплины для:

трудовое воспитание	профессии, позитивной и активной установки на ценности избранной специальности, ответственного отношения к профессиональной деятельности, труду **(В14)**	- формирования позитивного отношения к получаемой профессии, понимания ее социальной значимости и роли в обществе, стремления следовать нормам профессиональной этики посредством контекстного обучения, решения практико-ориентированных ситуационных задач. - формирования устойчивого интереса к профессиональной деятельности, способности критически, самостоятельно мыслить, понимать значимость профессии посредством осознанного выбора тематики проектов, выполнения проектов с последующей публичной презентацией результатов, в том числе обоснованием их социальной и практической значимости; - формирования навыков командной работы, в том числе реализации различных проектных ролей (лидер, исполнитель, аналитик и пр.) посредством выполнения совместных проектов.
	- формирование психологической готовности к профессиональной деятельности по избранной профессии **(В15)**	Использование воспитательного потенциала дисциплины для: - формирования устойчивого интереса к профессиональной деятельности, потребности в достижении результата, понимания функциональных обязанностей и задач избранной профессиональной деятельности, чувства профессиональной ответственности через выполнение учебных, в том числе практических заданий, требующих строгого соблюдения правил техники безопасности и инструкций по работе с оборудованием в рамках лабораторного практикума.
	- формирование культуры исследовательской и инженерной деятельности **(В16)**	Использование воспитательного потенциала дисциплины для формирования навыков владения эвристическими методами поиска и выбора технических решений в условиях неопределенности через специальные задания (методики ТРИЗ, морфологический анализ, мозговой штурм и др.), через организацию проектной, в том числе самостоятельной работы

		обучающихся с использованием программных пакетов.

С целью овладения соответствующими общими компетенциями обучающийся в ходе освоения учебной дисциплины должен **иметь знания (З) и умения (У).**

Результаты обучения: умения, знания	**Осваиваемые компетенции**
Уметь:	
У1. выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений. У2. решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости. У3. решать дифференциальные уравнения. У4. пользоваться понятиями теории комплексных чисел.	ОК 01 ОК 02 ОК 04 ПК.1.4 ПК.1.5
Знать:	
З1. основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии. З2. основы дифференциального и интегрального исчисления. З3. основы теории комплексных чисел. З4. роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности.	

2 Результаты освоения учебной дисциплины

Текущий контроль по учебной дисциплине производиться с использованием тестовых заданий и практических работ.

Критерии оценки тестовых заданий.

Процент выполнения задания:

- 90 % и более – отлично;
- От 75 до 89 % – хорошо;
- от 60 до 74 % – удовлетворительно;
- менее 60 % – неудовлетворительно.

Критерии оценки выполнения практических заданий.

Оценка 5 – «отлично» выставляется, если студент выполнил 100 % задания, демонстрирует знания теоретического и практического материала по теме практической работы, определяет взаимосвязи между показателями задания, дает правильный алгоритм выполнения поставленной задачи, самостоятельно делает необходимые выводы и обобщения по полученным результатам, дает четкие ответы на вопросы.

Оценка 4 – «хорошо» ставится, если студент выполнил не менее 75 % задания, демонстрирует знания теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности в алгоритме при выполнении задания, дает не совсем полный ответ на вопросы.

Оценка 3 – «удовлетворительно» ставится, если студент выполнил не менее 50 % задания, затрудняется с правильной оценкой предложенного задания, дает неполный ответ, требующий наводящих вопросов преподавателя, выбор алгоритма выполнения задания возможен при наводящих вопросах преподавателя.

Оценка 2 – «неудовлетворительно» ставится, если студент выполнил менее 50 % задания, дает неверную оценку ситуации, неправильно выбирает алгоритм действий, не дает правильный ответ на контрольные вопросы.

Промежуточной аттестацией по учебной дисциплине является экзамен.

К экзамену допускаются обучающиеся, успешно освоившие весь теоретический курс учебной дисциплины и выполнившие практические работы.

Итогом промежуточной аттестации по учебной дисциплине выступает оценка по пятибалльной шкале оценивания соответственно: «5» (отлично), «4» (хорошо), «3» (удовлетворительно), «2» (неудовлетворительно).

Экзамен проводиться в письменной форме.

Критерии оценки устного ответа студента.

При оценке устных ответов студентов учитываются следующие критерии:

1. Знание основных процессов изучаемой предметной области, глубина и полнота раскрытия вопроса.

2. Владение терминологическим аппаратом и использование его при ответе.

3. Умение объяснить сущность явлений, событий, процессов, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы.

4. Владение монологической речью, логичность и последовательность ответа, умение отвечать на поставленные вопросы, выражать свое мнение по обсуждаемой проблеме.

Оценкой "ОТЛИЧНО" оценивается ответ, который показывает прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа.

Оценкой "ХОРОШО" оценивается ответ, обнаруживающий прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается одна - две неточности в ответе.

Оценкой "УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО" оценивается ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой предметной области, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы; знанием основных вопросов теории; слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры; недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа.

Оценкой "НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО" оценивается ответ, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы; незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов; неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Допускаются серьезные ошибки в содержании ответа.

3 Оценка освоения теоретического курса учебной дисциплины

Структура фонда оценочных средств учебной дисциплины «Элементы высшей математики»

№ п/п	Контролируемые темы дисциплины	Наименование оценочного средства	Контролируемые знания и умения
1	Тема 1. Основы теории комплексных чисел	Фронтальный опрос Текущий контроль Оценка выполнения практических работ	У1-У4 З1-З4 ОК 01 ОК 02 ОК 04 ПК.1.4 ПК.1.5
2	Тема 2. Теория пределов		
3	Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной		
4	Тема 4. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной		
5	Тема 5. Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных		
6	Тема 6. Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных		
7	Тема 7. Теория рядов		
8	Тема 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения		
9	Тема 9. Матрицы и определители		
10	Тема 10. Системы линейных уравнений		
11	Тема 11. Векторы и действия с ними		
12	Тема 12. Аналитическая геометрия на плоскости		
13	Экзамен	Контрольная работа	

3.1 Контрольно-оценочные средства

Комплект контрольно-оценочных средств включает в себя педагогические контрольно- измерительные материалы, предназначенные для определения соответствия (или несоответствия) индивидуальных образовательных достижений основным показателям результатов подготовки.

2 БАНК КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

2.1 Оценочные средства для проведения текущего контроля и аттестации раздела

ТЕСТ №1 (Т1)

1. Даны вектора $\vec{a} = (-2; 3; 1)$ и $\vec{b} = (1; 0; 2)$. Запишите чему равно.
   - $\vec{a} + \vec{b}$
   - $\vec{a} - \vec{b}$
   - $2\vec{a}$
   - $2\vec{a} - 3\vec{b}$
2. Запишите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, если *A(1;3;2)* и *B(5;8;3)*:

   X = , Y = , Z = .
3. Найдите длиу вектора $\overrightarrow{AB}$, если *A(2;-4;0)* и *B(9;1;*$\sqrt{7}$*)*:

   $$\left|\overrightarrow{AB}\right| =$$
4. Условие колleниарности векторв $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ имеет вид:
   - $a_x \times b_x = a_y \times b_y = a_z \times b_z = k$
   - $a_x + b_x = a_y + b_y = a_z + b_z = k$
   - $\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z} = k$
5. Выбирите векторы, коллинеарные вектру $\vec{a} = (2;\ -3;\ -1)$
   - $\vec{b} = (5; 0; 2)$
   - $\vec{b} = (8; 12;\ -4)$
   - $\vec{b} = (-4; 6; 2)$
   - $\vec{b} = (6;\ -9;\ -3)$
6. Вектор образует с осями Ox, Oy, Oz углы α, β, γ соответственн. Определите какие углы α, β, γ могут составить вектор.

- $\alpha = 45°; \beta = 60°;\ \gamma = 120°$
- $\alpha = 45°; \beta = 60°;\ \gamma = 90°$
- $\alpha = 30°; \beta = 45°;\ \gamma = 135°$
- $\alpha = 30°; \beta = 60°;\ \gamma = 90°$

7. Выберите вектры, которые параллельны координатной плоскости OXY.

- $\vec{a} = (2;\ 7;\ 0)$
- $\vec{a} = (0;\ 2;\ 4)$
- $\vec{a} = (0;\ -1;\ 0)$
- $\vec{a} = (-2;\ 0;\ 3)$

8. Даны точки A(3;-1;2), B(1;2;-1), C(-3;1;1), D(0;-6;0). Определите тип четырехугольника ABCD. Запишите ответ: ________________.

9. Вектор $\vec{c} = (3; 4)$ разложен по векторам $\vec{a} = (3;\ -1)$ и $\vec{b} = (1;\ -2)$. Выберите верное разложение:

- $\vec{c} = \vec{a} + 3\vec{b}$
- $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$
- $\vec{c} = 9\vec{a} - 6\vec{b}$
- $\vec{c} = -2\vec{a} - \vec{b}$

10. Найдите разложение вектора $\vec{c} = (-4; 2; 2)$ по векторам $\vec{a} = (0; -2; -1)$ и $\vec{b} = (2; 1; 0)$ в виде $\vec{c} = n\vec{a} + m\vec{b}$. Запишшите значения коэффицентов n и m:

$n=$, $m=$.

11. Скалярным произведением двх векоров $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ называется число, обозначенное $\vec{a} \times \vec{b}$ и вычисляемое по формуле:

- $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{b}| \times \text{Пр}_{\vec{b}}\vec{a}$
- $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| \times |\vec{b}| \sin\left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right)$
- $\vec{a} \times \vec{b} = \text{Пр}_{\vec{b}}\vec{a} \times \text{Пр}_{\vec{a}}\vec{b}$
- $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| \times |\vec{b}| \cos\left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right)$
- $\vec{a} \times \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

12. Найдите скалярное произведение $\vec{a} = 2\vec{i} - 5\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Ответ запишите целым числом: ______________.

13. Даны векторы $\vec{a} = (1; 3; -2)$ и $\vec{b} = (-1; m; 4)$. При каком значении числа m $\vec{a} \perp \vec{b}$?

$$m =$$

14. Упростите выражение $2\vec{i} \times (3\vec{j} - 4\vec{k} - 5\vec{i})$:

- $6\vec{j} - 8\vec{k} - 10\vec{i}$
- -12
- -10
- 10

15. Найдите квадрат модуля вектора $\vec{a} = 2\vec{b} - 3\vec{c}$, где $\vec{b}$ и $\vec{c}$ – единичные векторы, составляющие угол 60°. Ответ запишите целым числом: _________.

16. Найдите угол А треугольника с вершинами А (-1;3;2), В (3;5;-2) и С (3;3;-1). Ответ запишите в виде $15\,cos$ А: ____________________.

17. Даны вектора $\vec{a} = (4; -2; -6)$ и $\vec{b} = (-3; 4; -12)$. Найдите $\text{Пр}_{\vec{b}}\vec{a}$. Запишите ответ: _________________.

Критерии оценки знаний студентов

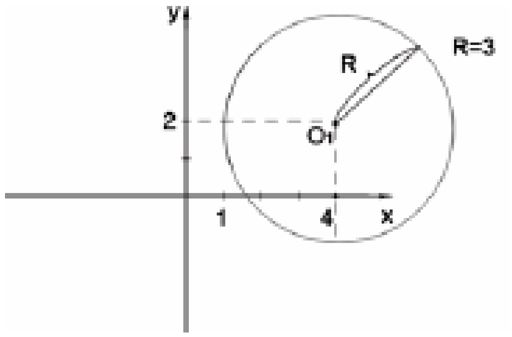
% правильных ответов	**< 40**	**40–59**	**60–79**	**80–100**
Оценка	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично

ТЕСТ № 2 (Т2)

1. Укажите название кривых второго порядка:

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	
$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, (a \neq b)$	
$x^2 + y^2 = R^2$	
$y^2 = 2px$	

2. Выбрать уравнение окружности, представленной на рисунке:



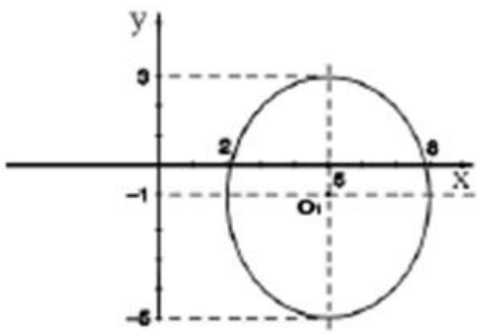
- $x^2 + y^2 = 9$
- $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 9$
- $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 9$
- $(x-4)^2 - (y-2)^2 = 9$

3. Найти квадрат радиуса окружности $x^2 + y^2 + 16y - 9 = 0$. Запишите ответ целым числом: ___________

4. Найти уравнения окружности, симметричной с окружностью $x^2 + y^2 = 2x + 4y - 4$ относительно прямой $x - y - 3 = 0,$ среди предложенных:

- $(x-9)^2 + (y-2)^2 = 1$
- $(x-1)^2 + (y+6)^2 = 1$
- $(x-5)^2 + (y+2)^2 = 1$

5. Выбрать уравнение эллипса, представленного на рисунке:



- $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$
- $\frac{(x-5)^2}{16}+\frac{(y+1)^2}{9}=1$
- $\frac{(x-5)^2}{9}+\frac{(y+1)^2}{16}=1$
- $\frac{(x-5)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{16}=1$

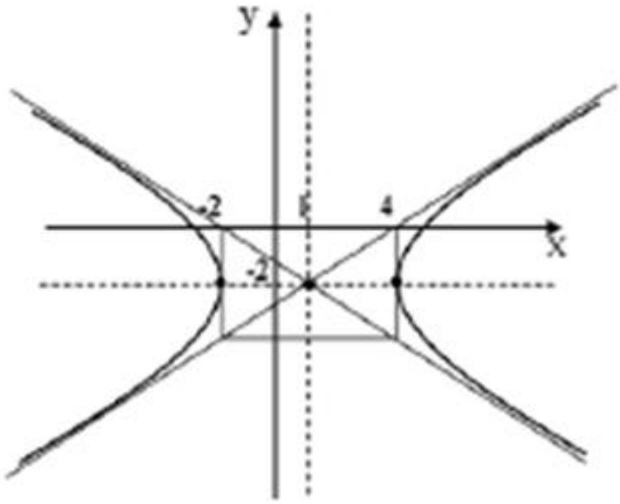
6. Определить тип кривой $9x^2+4y^2-54x-32y+109=0$. Запишите ответ: ________

7. Найти квадрат большой полуоси эллипса, фокусы которого лежат на оси OX, малая полуось $2\sqrt{6}$, расстояние между фокусами 8. Запишите ответ целым числом: ______________

8. Составить каноническое уравнение эллипса, проходящего через точки $M\left(\frac{5}{2};\frac{\sqrt{6}}{4}\right)$и $N\left(-2;\frac{\sqrt{15}}{5}\right)$и выбрать его среди предложенных:

- $\frac{x^2}{10}+y^2=1$ _______________
- $x^2+\frac{y^2}{10}=1$ _______________
- $x^2+10y^2=1$ _______________
- $10x^2+y^2=10$ _______________

9. Выбрать уравнение гиперболы, представленной на рисунке:



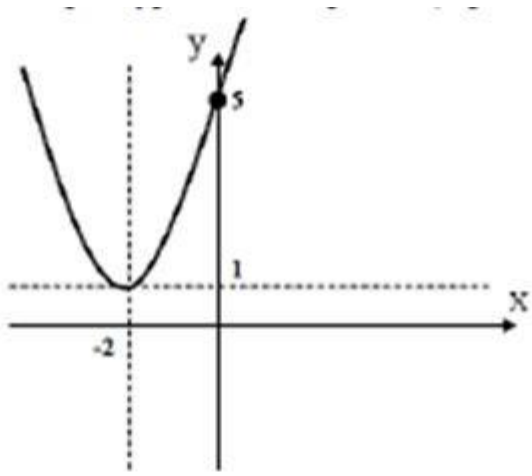
- $\frac{(y+2)^2}{4}-\frac{(x-1)^2}{9}=1$
- $\frac{(y-2)^2}{4}-\frac{(x-1)^2}{9}=1$
- $\frac{(x+1)^2}{9}-\frac{(y-2)^2}{4}=1$
- $\frac{(x-1)^2}{9}-\frac{(y-2)^2}{4}=1$

10. Найти минимальную полуось гиперболы $x^2-4y^2+8x-24y=24$. Запишите ответ целым числом: ___________________

11. Для гиперболы $16x^2-9y^2=144$ найти расстояние между фокусами. Запишите ответ целым числом: ______________

12. Через точку M(0;-1) и правую вершину гиперболы $3x^2-4y^2=12$ приведена прямая. Найти вторую точку пересечения прямой с гиперболой. Запишите координаты точки: x=___, y=___

13. Выбрать уравнение параболы, представленной на рисунке:



- $y=2(x+2)^2$
- $y-1=(x+2)^2$
- $y+1=(x-2)^2$
- $y+(x-2)^2=1$

14. Составить простейшее уравнение параболы, если известно, что фокус находится в точке пересечения прямой $4x-3y=0$ с осью OX. Выбрать его из предложенных:

- $x^2=4y$
- $x^2=16y$
- $y^2=16x$
- $y^2=4x$

15. Выберите среди предложенных уравнений уравнения параболы с вершиной в начале координат, симметричной относительно OX и отсекающей от прямой y=x хорду длиной $4\sqrt{2}$.

- $y^2=4x$
- $y^2=32x$
- $y^2=-4x$
- $y^2=-16x$

- **Критерии оценки знаний студентов**

% правильных ответов	< 40	40–59	60–79	80–100
Оценка	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1 (КР1)

Аналитическая геометрия на плоскости

1. Написать уравнения:

- стороны ВС;
- высоты, опущенной из вершины А на сторону ВС;
- медианы, проведенной из вершины С.

Варианты:

1	*A(-3;3),B(5;1),C(6;-2)*	2	*A(3;2),B(-1;3),C(1;-2)*
3	*A(2;-1),B(4;5),C(-3;-2)*	4	*A(3;4),B(2;1),C(5;2)*
5	*A(2;0),B(5;3),C(3;7)*	6	*A(5;4),B(4;1),C(7;2)*
7	*A(-3;3),B(5;1),C(6;-2)*	8	*A(2;2),B(1;-1),C(4;0)*
9	*A(2;1),B(-1;-1),C(3;-2)*	10	*A(2;1),B(1;-2),C(4;-1)*
11	*A(0;1),B(-2;2),C(3;-2)*	12	*A(2;7),B(1;4),C(4;5)*
13	*A(-2;-1),B(1;1),C(4;0)*	14	*A(2;0),B(1;-3),C(4;-2)*
15	*A(3;-1),B(-3;1),C(1;4)*	16	*A(2;6),B(1;3),C(4;4)*
17	*A(4;-2),B(1;6),C(-3;1)*	18	*A(-1;0),B(1;5),C(4;-3)*
19	*A(4;2),B(-1;3),C(1;-2)*	20	*A(2;5),B(1;2),C(4;3)*

2. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду:

- с помощью преобразования координат;
- с помощью теории квадратичных форм.

Варианты:

1 $9x^2 + 12xy + 4y^2 - 24x + 16y + 7 = 0$

2 $5x^2 - 6xy + 5y^2 - 24x - 32 = 0$

3 $7x^2 + 60xy - 32y^2 - 14x + 60y + 7 = 0$

4 $29x^2 - 24xy + 36y^2 + 82x - 96y - 91 = 0$

5 $4x^2 + 4xy + y^2 + 16x + 8y + 15 = 0$

6 $4x^2 - 4xy + y^2 - 3x + 4y - 7 = 0$

7 $4xy + 3y^2 + 16x + 12y - 36 = 0$

8 $11x^2 - 20xy - 4y^2 - 20x - 8y + 1 = 0$

9 $4x^2 - 12xy + 9y^2 - 20x + 30y + 16 = 0$

10 $4x^2 - 4xy + y^2 - 6x + 3y - 4 = 0$

11 $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 230x + 110y - 475 = 0$

12 $5x^2 + 12xy - 22x - 12y - 19 = 0$

13 $14x^2 + 24xy + 21y^2 - 4x + 18y - 139 = 0$

14 $3x^2 + xy - 2y^2 - 5x + 5y - 2 = 0$

15 $4x^2 - 12xy + 9y^2 - 2x + 3y - 2 = 0$

16 $4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 51 = 0$

17 $9x^2 - 4xy + 6y^2 + 16x - 8y - 2 = 0$

18 $4x^2 + 16xy + 15y^2 - 8x - 22y - 5 = 0$

19 $5x^2 + 4xy + 8y^2 - 32x - 56y + 80 = 0$

20 $8x^2 + 6xy - 26x - 12y + 11 = 0$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2 (КР2)

Аналитическая геометрия в пространстве

1. Прямая задана общим уравнением. Написать её каноническое и параметрическое уравнение.

Варианты:

1 $\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0 \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases}$ **2** $\begin{cases} x - 4y + 3z - 4 = 0 \\ 2x + 4y - 5z + 1 = 0 \end{cases}$ **3** $\begin{cases} 3x - y - 5 = 0 \\ 2x + y - 3 = 0 \end{cases}$

4 $\begin{cases} x + y + z - 4 = 0 \\ 2x - y - 3z + 1 = 0 \end{cases}$ **5** $\begin{cases} -x - y + 3z - 5 = 0 \\ 3x + 2y - 5z + 3 = 0 \end{cases}$ **6** $\begin{cases} x + y - 35 = 0 \\ x + 2y - 2z - 7 = 0 \end{cases}$

7 $\begin{cases} x - y + z - 3 = 0 \\ x + 2y - 2z - 4 = 0 \end{cases}$ **8** $\begin{cases} 4x + y + z - 10 = 0 \\ x + 3y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$ **9** $\begin{cases} 2x + 2y + z - 1 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$

10	$\begin{cases}3x-y+z-4=0\\-2x+2y-5z=0\end{cases}$	**11**	$\begin{cases}x-y+z-1=0\\2x+4y-z+10=0\end{cases}$	**12**	$\begin{cases}2x+2y+z+9=0\\x-y+3z-1=0\end{cases}$
13	$\begin{cases}3x-y+4z-6=0\\x+y-5z-4=0\end{cases}$	**14**	$\begin{cases}6x-3y+z-3=0\\x+y+5z-5=0\end{cases}$	**15**	$\begin{cases}x-3y-2z-8=0\\x+y-z+3=0\end{cases}$
16	$\begin{cases}-x-2y+2z-2=0\\x+5y+3z-1=0\end{cases}$	**17**	$\begin{cases}2x+y+2z+4=0\\-x-3y-z+3=0\end{cases}$	**18**	$\begin{cases}6x+3y-2z=0\\x+2y+6z-12=0\end{cases}$
19	$\begin{cases}2x-y+z-2=0\\x-2y+3z-2=0\end{cases}$	**20**	$\begin{cases}-2x-y+z-1=0\\x+4y+z+3=0\end{cases}$	**21**	$\begin{cases}3x+2y-3z-1=0\\x+y+z-7=0\end{cases}$

2. Найти точку пересечения и плоскости:

1	$\frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-4}{3}$ x + 3y + 5z – 42 = 0	**2**	$\frac{x-1}{1}=\frac{y}{0}=\frac{z+3}{2}$ 2x – y + 4z = 0	**3**	$\frac{x-4}{-2}=\frac{y-5}{-1}=\frac{z-6}{-3}$ 5x + 3y + 2z – 28= 0
4	$\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{5}=\frac{z-4}{2}$ 7x + y + 4z – 47 = 0	**5**	$\frac{x}{0}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+4}{-3}$ 17x – 4y – z + 6 = 0	**6**	$\frac{x}{-4}=\frac{y}{-3}=\frac{z-7}{3}$ x + 2y + 2z – 6 = 0
7	$\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{3}$ x – 2y + z – 8 = 0	**8**	$\frac{x-7}{5}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+4}{3}$ 3x – 9y + z + 1 = 0	**9**	$\frac{x-1}{7}=\frac{y-3}{-5}=\frac{z-8}{-2}$ x + 3y + 5z – 32 = 0
10	$\frac{x}{-2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-2}{2}$ 3x + y – z + 13 = 0	**11**	$\frac{x-4}{4}=\frac{y+4}{-3}=\frac{z-5}{4}$ 2x + 2y – z + 7 = 0	**12**	$\frac{x-5}{1}=\frac{y+6}{2}=\frac{z-7}{3}$
13	$\frac{x+2}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{2}$ 2x – 2y + 3z + 21 = 0	**14**	$\frac{x-5}{0}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z}{3}$ 2x + y + 3z – 20 = 0	**15**	$\frac{x+3}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+4}{-3}$ 4x + 5y + 6z + 4 = 0
16	$\frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+2}{-3}$ 3x – y – z – 3 = 0	**17**	$\frac{x-3}{4}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{-3}$ x + y + z – 7 = 0	**18**	$\frac{x-3}{3}=\frac{y-7}{7}=\frac{z-4}{7}$ – 6x + 3y +35z = 0
19	$\frac{x-3}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-4}$ x + y + z – 10 = 0	**20**	$\frac{x+1}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-6}{-2}$ x + y +13z – 26 = 0	**21**	$\frac{x-2}{5}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-2}{5}$ x + 4y + z – 2 = 0

3. Решить задачу по вариантам:

1. Составить уравнение проекции прямой $\begin{cases}5x-4y-2z=2\\x+2z-2=0\end{cases}$ на плоскость 2x – y + z = 1.

2. Вычислить расстояние между двумя прямыми: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$ и $\begin{cases} 2x-y=2 \\ y+2z=-2 \end{cases}$ предварительно убедившись в их параллельности.

3. Проверить, лежат ли в одной плоскость прямые: $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-5}{4}$ и $x=3t+7,\ y=2t+2,\ z=-2t+1$. Если «да», то составить уравнение этой плоскости.

4. Найти расстояние от точки М (1; 2; –2) до плоскости, проходящей через две прямые $\frac{x-2}{2}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+4}{1}$ и $x=2t,\ y=5+2t,\ z=-5+t$.

5. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} x=0 \\ y+z=1 \end{cases}$ и отсекающей от координатных плоскостей пирамиду объемом 6 ед^3.

6. Убедившись, что прямые параллельны, найти расстояние между ними: $x=t+5, y=2t-1, z=3t-2$ и $\begin{cases} x+y-z=3 \\ x-2y+z=-11 \end{cases}$.

7. Принадлежат ли две прямые $\begin{cases} 2x+y-2z=4 \\ x-2y+z=-5 \end{cases}$, $\begin{cases} x=t \\ y=2t+2 \\ z=3t-1 \end{cases}$ одной плоскости? Если «да», то написать уравнение этой плоскости.

8. Через две точки А (2; 3; –1) и В (1;1;1) провести плоскость, перпендикулярную к плоскости 2x + 4y – 3z = 3.

9. Найти проекцию точки М (3; 4; –5) на прямую $\frac{x-5}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{8-z}{4}$.

10. Проверить, лежат ли прямые $\begin{cases} 8x+y-8z=0 \\ y-4z=4 \end{cases}$, $\begin{cases} x=t-11 \\ y=8t+16 \\ z=2t-19 \end{cases}$ в одной плоскости? Если «да», то составить уравнение этой плоскости.

11. Даны вершины треугольника А (3; 6; 2), В (–1; 3;2), С (9; 6; –6). Найти канонические уравнения его биссектрисы, проведенной из угла А. Написать уравнение плоскости, перпендикулярной плоскости треугольника АВС и содержащей указанную биссектрису.

12. Убедившись, что данная плоскость x + y – 3z = 10 параллельна плоскости, проходящей через три точки А (5; 4; 3), В (1; 2; 1), С (3; 6; 3), найти расстояние между ними.

13. Составить уравнение проекции прямой $x = -t + 4, y = t - 3, z = 3t - 1$ на плоскость 2x + 4y – 3z = –1.

14. Составить уравнение плоскость, проходящей через прямую $\begin{cases} 3x + y - 3z = -19 \\ 2y - 3z = -26 \end{cases}$ перпендикулярно к плоскости 4x – 3y + 5z = 46.

15. Даны вершины треугольника: A (3; 0; 1), B (1; 3; –2), C (7; –1; –2). Найти параметрическое уравнение медианы, проведенной из вершины A. Написать уравнение плоскости, перпендикулярной к плоскости треугольника ABC и содержащей указанную медиану.

16. Доказать, что данная плоскость 3x – 2y + z = 8 параллельна плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{1}$ и точку M (1; –1; –1). Найти расстояние между этими плоскостями.

17. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{0}$ и отсекающей от координатных плоскостей пирамиду объемом 4 ед^3.

18 Найти проекцию точки M (–2; 1; 0) на плоскость, проходящую через три точки A (1; 0; –1), B (3; 1; –2), C (2; 4; –5).

19. Доказать перпендикулярность прямых: l_1: $\begin{cases} x + y - 3z - 1 = 0 \\ 2x - y - 9z - 2 = 0 \end{cases}$’

l_2: $\begin{cases} 2x + y + 2z + 5 = 0 \\ 2x - 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$. Написать уравнение плоскости, содержащей l_1 и перпендикулярной к l_2.

20. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M (–2;–3;1) и отсекающей от координатных осей равные отрезки. Написать канонические уравнения перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту плоскость.

ТЕСТ №3 (Т3)

1. Если матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, то матрица 4A имеет вид:

○ $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$

○ $\begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 12 & -8 \end{pmatrix}$

- $\begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 12 & -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 12 & -8 \end{pmatrix}$

2. Если матрицы A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и B=$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, то матрица *3A*-*2B* имеет вид:

- $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -6 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -7 & -4 \\ -6 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -18 & 10 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -6 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -7 & -4 \\ 18 & -10 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$

3. Для матрицы пипа A=$\begin{pmatrix} 2 & -4 & -2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ указать сумму элементов, расположенных на побочной диагонали. Ответ запишите целым числом со знаком: ______________________________ .

4. Раставить матрицы в порядке убывания их рангов:

- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$

Запишите последовательность номеров: ______________________________.

5. Для матриц A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и B=$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ указать те операции, которые можно выполнить:

- B×A
- B×A$^{\mathrm{T}}$
- $\mathrm{B}^{\mathrm{T}} \times \mathrm{A}$
- $\mathrm{B}^{\mathrm{T}} \times \mathrm{A}^{\mathrm{T}}$
- $\mathrm{A} \times \mathrm{B}$
- $\mathrm{A}^{\mathrm{T}} \times \mathrm{B}$
- $\mathrm{A} \times \mathrm{B}^{\mathrm{T}}$
- $\mathrm{A}^{\mathrm{T}} \times \mathrm{B}^{\mathrm{T}}$
- Все указанные операции можно выполнить

6. Ранг матрицы А размера $n \times n$ равен:

- n
- n-*1*, если матрица вырождена
- указанных условий недостаточно для определения ранга
- n-*1*
- n-*1*, еслиматрица невырождена

7. Указать те преобразования строк (столбцов) матрицы, которые являются элементарными:

- Умножение строки (столбца) на нулевое число
- Замена элементов строки (столбца) произвольными числами
- Замена строки (столбца) суммой этой строки (столбца) и другой строки (столбца) предварительно умноженойна некоторое число
- Поменяйте местами две строки (два столбца)
- Замена строки (столбца) нулевой строкой (столбцом)
- Транспортирование матрицы

8. При умножении матрицы А на матрицу В справа должно соблюдаться условие:

- Число строк матрицы А равно числу строк матрицы В

- Число строк матрицы A равно числу столбцов матрицы B
- Число столбцов матрицы A равно числу столбцов матрицы B
- Если матрицы не квадратные, то они должны бытьодинакового размера
- Верный ответ отсутствует

9. Указать матрицы, имеющие ступенчатый вид:

- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & 2 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

10. Выбрать правильные рациональные дроби:

- $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

11. Выбрать верные утверждения. Ранг матрицы равен…

- Числу нулевых строк в ступенчатом виде матрицы;

- Числустолбцов матрицы;
- Произведению чила строк на число столбцов матрицы;
- Максимальному числу линейно независимых строк (столбцов) матрицы;
- Число строк матрицы.

12. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ найти элемент c_{23} произведения $C = B \times A$. Запишите ответ целым числом: __________________.

13. Квадратная матрица называется *диагональной*, если:
    - Элементы, лежащие на побочной диагонали, равны нулю
    - Элементы, лежащие на главной диагонали, равны нулю
    - Элементы, не лежащие на главной диагонали, обязательно равны

14. Квадратная матрица называется *вертикальной*, если:
    - Элементы, лежащие на побочной диагонали, равны нулю
    - Элементы, лежащие на главной диагонали, равны нулю
    - Элементы, не лежащие на главной диагонали, обязательно равны

Критерии оценки знаний студентов

% правильных ответов	**< 40**	**40–59**	**60–79**	**80–100**
Оценка	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично

ТЕСТ № 4 (Т4)

1. Указать верные утверждения, касающиеся многочлена степени n

$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0, a_n \neq 0, a_1 \in \boldsymbol{R}, n > 1$:

- Существует, по крайней мере, один корень (в общем случае, комплексный)
- Все корни многочлена-действительные числа
- Если число x=a ∈ **R**- корень, то x=-a- тоже корень
- Существует ровно n комплексных (или действительных) корней с учетом кратности
- Если число x=a ∈ R- корень, то $x = \bar{a} -$ тоже корень

2. Указать верное разложение рациональной дроби $R(x) = \frac{2x+4}{x^2-2x}$ на сумму простейших дробей:

- ○ $\frac{4}{x-2} + \frac{2}{x}$
- ○ $-\frac{4}{x-2} - \frac{2}{x}$
- ○ $\frac{4}{x-2} - \frac{2}{x}$
- ○ $-\frac{2}{x}$
- ○ $\frac{2}{x} - \frac{4}{x-2}$

3. Указать рациональные дроби, являющиеся простейшим над R:

- ○ $\frac{x-4}{x^2+4}$
- ○ $\frac{-4}{x+4}$
- ○ $\frac{x}{x+2}$
- ○ $\frac{2x+3}{x^2-4}$
- ○ $\frac{-4+5x}{(x-7)^3}$
- ○ $\frac{x+1}{x^2+2x+4}$
- ○ $\frac{6}{(x^2+3)^5}$
- ○ $\frac{x^3-2}{2x+1}$

4. Выделите целую часть рациональной дроби:

- ○ $\frac{x^3-2x}{x+1}$
- ○ $\frac{x}{x^2+1}$
- ○ $\frac{x+2}{x-3}$
- ○ $\frac{2x^2+2x+3}{x-2}$

5. Выбрать верное разложение многочлена $\mathcal{F}(x) = 2x^3 - 6x - 4$ на множители:

- ○ $-2(x+1)^2(x-2)$

- $2(x-1)^2(x+2)$
- $2(x+1)^2(x-2)$
- $2(x+1)(x-2)^2$
- $2(x+1)(x-2)$

6. Найти коэффициент А в разложении $\frac{x^2-4}{(x+3)^2(x-2)} = \frac{A}{(x+3)^2} + \frac{B}{x+3} + \frac{C}{x-2}$,

Ответ запишите, целым числом со знаком: ____________________________

7. Закончить утверждение. Кратность корня x=a многочлена $P_n(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$ называется:

- степень многочлена n
- натуральное число k такое, что многочлен $P_n(x)$ делится на $(x-a)^k$ и на $(x-a)^{k+1}$
- натуральное число k если $x = a^k$ также является корнем
- натуральное число k если $x = k * a$ также является корнем
- натуральное число k такое, что многочлен $P_n(x)$ делится на $(x-a)^k$, но не делится на $(x-a)^{k+1}$.

8. Указать количество неопределенных коэффициентов при разложении на сумму простейших дробей правильной рациональной дроби

- $\frac{-4+2x}{(x-7)^3}$
- $\frac{x-2}{(x-1)^2(x^2+4)}$
- $\frac{x-1}{(x^2-2x+1)x^3}$
- $\frac{2x-1}{x^2-4x-5}$

9. Указать верное разложение (в общем виде) правильной рациональной дроби $R(x) = \frac{x-4}{x(x-2)^3(x^2+1)(x^2+3x+8)^2}$ на сумму простейших дробей:

- $\frac{A}{x} + \frac{B}{(x-2)^3} + \frac{Cx+D}{(x^2+3x+8)^2} + \frac{Ex+F}{x^2+1}$
- $\frac{A}{x} + \frac{B}{(x-2)} + \frac{C}{(x-2)^2} + \frac{D}{(x-2)^3} + \frac{Ex+F}{(x^2+3x+8)} + \frac{Gx+H}{(x^2+3x+8)^2} + \frac{Ix+J}{x^2+1}$
- $\frac{A}{x} + \frac{B}{(x-2)} + \frac{C}{(x-2)^2} + \frac{Dx+E}{(x^2+3x+8)} + \frac{Fx+G}{x^2+1}$

○ $\frac{A}{x}+\frac{B}{(x-2)}+\frac{C}{(x-2)^2}+\frac{D}{(x-2)^3}+\frac{E}{(x^2+3x+8)}+\frac{F}{(x^2+3x+8)^2}+\frac{G}{x^2+1}$

○ $\frac{A}{x}+\frac{B}{(x-2)}+\frac{C}{(x-2)^2}+\frac{D}{(x-2)^3}+\frac{Ex}{(x^2+3x+8)}+\frac{Fx}{(x^2+3x+8)^2}+\frac{Gx}{x^2+1}$

10. Выбрать правильные рациональные дроби:

○ $\frac{x^8-2}{2x^5+1}$

○ $\frac{x-2}{3x^3+2x-1}$

○ $\frac{x^3+5x-2}{x^4+2x+5}$

○ $\frac{x-2}{2x+1}$

○ $\frac{-2}{x+2}$

11. Выбрать неправильные рациональные дроби:

○ $\frac{x^7+x}{x^5+1}$

○ $\frac{x-2}{x^3+2}$

○ $\frac{4x^3+5x-2x^6}{x^4+2x+5}$

○ $\frac{3-x}{4x+1}$

○ $\frac{10}{3-x}$

12. Найти остаток от деления многочлена $f(x)=3x^3-8x-7$ на $x+3$. Ответ запишите целым числом с указанием знака (+,-): _________________

13. Указать верное утверждение о некоторых корнях производной $f'(x)$, если известно разложение многочлена $f(x)$ на множители $f(x)=(x-2)^3(x+2)^2(x-1)$:

○ x=2 – корень кратности 2, x=-2 – корень кратности 1, x=1- корень кратности 1;

○ все корни $f'(x)$ отличаются от корней $f(x)$;

○ корни $f'(x)$ совпадают (с учетом кратности) с корнями $f(x)$;

○ x=2 – корень кратности 2, x=-2 – корень кратности 1;

○ верный ответ отсутствует.

14. Указанные многочлены расставить в порядке уменьшения остатка отделения на *x-a*.

1. $x^3 - 3x + 2, a = 2$
2. $3x^4 - 4x^2 + 7x - 1, a = -1$
3. $2x^8 - x^7 + 4x^2 - 2, a = 0$
4. $x^3 + 3x^2 - 2x - 2, a = 1$
5. $x^4 + 3x^3 - 2x + 1, a = -2$

Запишите последовательность номеров: __________

15. Указать корень многочлена $f(x) = x^4 - 2x^2 + 6x^2 + 22x + 13$, если известен один из корней $x = 2 - 3i$.

- 2+3i
- 2
- 3i
- -3i
- -2-3i

Критерии оценки знаний студентов

% правильных ответов	**< 40**	**40–59**	**60–79**	**80–100**
Оценка	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1 (КР1)

ВАРИАНТ 1

1. Если матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Найти матрицу 3A – 2B.

2. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} -5 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 4 & -1 & 5 \\ -4 & 1 & -8 & -1 \\ 3 & 2 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Решите систему методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x + 6y + 5z = 1, \\ 5x + 3y - 2z = 0, \\ 7x + 4y - 3z = 2. \end{cases}$$

4. Решите систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 1, \\ 7x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 5x_4 = 10, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3. \end{cases}$$

5. Проверьте, что векторы образуют базис: $\vec{a}$(2;0;3), $\vec{b}$(0;-2;1), $\vec{c}$(1;4;0). Вектор $\vec{d}$ составляет с осью OX угол 45º, с осью OY угол 120 º, с осью OZ острый угол; $|\vec{d}|$=2. Какой угол вектор $\vec{d}$ образует с осью OZ. Разложите вектор $\vec{d}$ по базису $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2 (КР2)

ВАРИАНТ 2

1. Если матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 5 & -6 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Найти матрицу 2A – 3B.

2. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \\ 4 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Решите систему методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x + 6y + 5z = 1, \\ 5x + 3y - 2z = 0, \\ 7x + 4y - 3z = 2. \end{cases}$$

4. Решите систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 1, \\ 7x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 5x_4 = 10, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3. \end{cases}$$

5. Проверьте, что векторы образуют базис: $\vec{a}$(1;1;1), $\vec{b}$(1;1;2), $\vec{c}$(1;2;3).

Вектор $\vec{d}$ составляет с осью OX тупой угол , с осью OY угол 135 º, с осью OZ угол 60 º; $|\vec{d}|$= 4. Какой угол вектор $\vec{d}$ образует с осью OX. Разложите вектор $\vec{d}$ по базису $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4 (КР4)

Комплексные числа

Вариант 1

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z=(1-i)^9+(1+i)^2-i.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^4+1=0$.

3. $2z^2+3z+5=0$.

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $|z-(3-5i)|<4$.

Вариант 2

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z=(1-i)^{13}$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^3-1=0$.

3. $z^2+2z+5=0$.

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $|z-(3-5i)|<4$.

Вариант 3

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$Z=\left(\frac{3-i\sqrt{3}}{3+i\sqrt{3}}\right)^5.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^2+1+i=0$.

3. $z^2+3z+4=0$

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $\operatorname{Re} z>1$.

Вариант 4

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа: $z=\left(\frac{2+i^{-5}}{1+i^{19}}\right)^2$.

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^5+1=0$.

3. $2z^2-2z+5=0$.

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию Re z + Im z $\leq$ 2.

Вариант 5

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z=\frac{1}{(1-i)^4} - \frac{1}{(1+i)^4}.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости.

2. $z^6 -1=0$.

3. $2z^2+z+5=0$.

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию Im (2iz) < 1.

Вариант 6

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z=\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^7 +1=0$.

3. $2z^2+3z+2=0$.

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $0 <|z+i|< 2$.

Вариант 7

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z = (1+i)^3 + i\,(1-i)^4.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости.

2. $z^8 - 1=0$.

3. $z^2+ 3z+5=0$.

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию Re(iz) + Im(iz)>1.

Вариант 8

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z = (3 - i\sqrt{3})^5.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^2 - 1 + i = 0$.

3. $2z^2 - z + 5 = 0$.

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $|z-(2-3i)|>2$.

Вариант 9

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^3 - 8 = 0$.

3. $3z^2 - 3z + 5 = 0$.

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $0 < \mathrm{Re}\bar{z} + \mathrm{Im}\bar{z} < 2$.

Вариант 10

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{10}.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^4 + 16 = 0$

3. $z^2 + 3z + 6 = 0$

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $0 < \mathrm{Im}z < 2$.

Вариант 11

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z = (3 + i\sqrt{3})^2 - (3 - i\sqrt{3})^2.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^4 - 1 = 0$.

3. $z^2 + z + 5 = 0$.

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $2 < |z - (1 + i)| < 4$.

Вариант 12

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа

$$z = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^3 + 1 = 0.$

3. $2z^2 - z + 3 = 0.$

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $1 < \mathrm{Re}(i\bar{z}) < 3$.

Вариант 13

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z = (2 + i\sqrt{2})^4.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^5 - 1 = 0.$

3. $z^2 + z + 1 = 0.$

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $|z - 5i| < 3$.

Вариант 14

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z = i(1 + i)^3 - (1 - i)^4.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^6 + 1 = 0.$

3. $z^2 + z + 2 = 0.$

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $\mathrm{Re}(2iz) > 1$.

Вариант 15

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z=\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^7-1=0.$

3. $2z^2+z+1=0.$

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $\mathrm{Im}z<1.$

Вариант 16

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}\right)^5.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^8+1=0.$

3. $z^2+2z+3=0.$

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $1<|z+1-i|<4.$

Вариант 17

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z=\frac{1}{(\sqrt{3}-i)^3}.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^3+8=0.$

3. $3z^2+2z+1=0.$

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $0<\mathrm{Re}z+\mathrm{Im}z<2.$

Вариант 18

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z=\frac{\sqrt{2}+i}{2-i\sqrt{2}}.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^4 - 16 = 0.$

3. $2z^2 + z + 6 = 0.$

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $0 < \mathrm{Re}z < 3.$

Вариант 19

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z = \left(1 - i\sqrt{3}\right)^2 - \left(1 + i\sqrt{3}\right)^2.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^3 - 1 + i = 0.$

3. $z^2 + z + 7 = 0.$

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $1 < \mathrm{Re}(iz) + \mathrm{Im}(iz) < 2.$

Вариант 20

1. Найдите действительную и мнимую части комплексного числа:

$$z = \left(1 + i\sqrt{3}\right)^8.$$

Найдите все корни заданных уравнений и постройте их на комплексной плоскости:

2. $z^4 + 1 - i = 0.$

3. $3z^2 + z + 3 = 0.$

4. Изобразите множество всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющие указанному условию $|z + 3i| > 5.$

Ниже приведен перечень оценочных средств, используемых при проведении:

ТЕСТ № 5 (Т5)

1. Отрезком называется промежуток:

а) $a < b$
б) $a \leq x < b$
в) $a \leq x \leq b$
г) $a < x < b$

2. Даны множества $A = \{1; 3; 6; 8\}$, $B = \{2; 4; 6; 8\}$. Новое множество $A \cup B = \{1; 2; 3; 2; 6; 8\}$

а) пересечение
б) объединение

в) разность

3. Дана функция $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$, вычислить $f(-3)$.

а) 1

б) 32

в) -4

г) -11

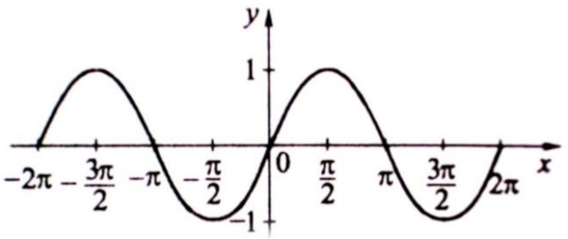
4. Исследовать функцию на четность: $f(x) = \frac{x}{x^4+1}$

а) четная

б) общего вида

в) нечетная

5. График какой функции представлен:



а) $f(x) = sinx$

б) $f(x) = cosx$

в) $f(x) = tgxx$

6. Дана функция $f(x) = \frac{-6}{x}$. Какая линия является ее графиком?

а) прямая, проходящая через начало координат

б) прямая, не проходящая через начало координат

в) парабола

г) гипербола

7. Вершиной параболы, заданной $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$, является точка с координатами:

а) $(-1; -3)$

б) $(1; -3)$

в) $(1; 3)$

г) $(-1; 3)$

8. Дана функция $f(x) = -3x^2$. Укажите наименьшее значение данной функции на промежутке $[-1;1)$:

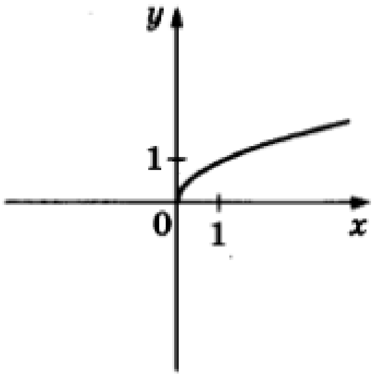
а) -3

б) $\frac{-1}{3}$

в) $\frac{1}{3}$

г) 3

9. График какой функции представлен:



а) $f(x) = \sqrt{x}$
б) $f(x) = x^2$
в) $f(x) = -x^2$
10. Ветви какой параболы направлены вниз?

а) $y = x^2 + 2x - 5$
б) $y = 5 + 2x - x^2$
в) $y = 2x + x^2 - 5$
г) $y = -2x + x^2 - 5$

Ответы на задания входного контроля:

№ задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
№ ответа	в	б	б	в	а	г	в	а	а	б

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №6 (КР6)

Вариант 1

1. Докажите, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n-2}{2n-1}=\dfrac{3}{2}$ (укажите $N(\varepsilon)$).

2. Найдите пределы числовых последовательностей:

$$\lim_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-1}\right).$$

3. Докажите (найдите $\delta(\varepsilon)$), что $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{2x^2+5x-3}{x+3}=-7$.

4. Найдите предел функции: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-1}{x^2+6x-7}$.

5. Найдите предел функции: $\lim\limits_{x\to 4}\frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$.

6. Найдите предел функции: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2e^{x^2}+\cos(2x)-3-\frac{5}{3}x^4}{2\ln(1-x^2)+\operatorname{arctg}(2x^2)+x^4}$.

Вариант 2

1. Докажите, что $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n-5}{3n+1}=\frac{2}{3}$ (укажите $N(\varepsilon)$)

2. Найдите пределы числовых последовательностей:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^2-1}+7n^3}{\sqrt[4]{n^{12}+n+1}-n}.$$

3. Докажите (найдите $\delta(\varepsilon)$), что $\lim\limits_{x\to 3}\frac{4x^2-14x+6}{x-3}=10$.

4. Найдите предел функции: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt[4]{x^4-1}}{\sqrt{9x^2-4}}$.

5. Найдите предел функции:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg}x\cos\frac{1}{x}+\lg(2+x)}{\lg(4+x)}.$$

6. Найдите предел функции, не применяя правило Лопиталя:

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{-x^2}+x\sin x-e^{\frac{x^4}{3}}}{\ln(1+x^2)-x\arcsin x+\frac{2}{3}x^4}.$$

Вариант 3

1. Докажите, что $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{9-n^3}{1+2n^3}=-\frac{1}{2}$ (укажите $N(\varepsilon)$).

2. Найдите пределы числовых последовательностей:

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{(1+2n)^3-8n^3}{(1+2n)^2+4n^2}.$$

3. Докажите (найдите $\delta(\varepsilon)$), что $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{3}}\dfrac{9x^2-1}{x+\frac{1}{3}}=-6$.

4. Найдите предел функции:

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 4x}{x^2}$$

5. Найдите предел функции:

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^3-(1+3x)}{x+x^5}.$$

6. Найдите предел функции, не применяя правило Лопиталя:

$$\lim_{x\to 0}\frac{2e^{x^2}+\cos(2x)-3-\frac{5}{3}x^4}{2\ln(1-x^2)+\operatorname{arctg}(2x^2)+x^4}.$$

Вариант 4

1. Докажите, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{1-2n}=-\dfrac{1}{2}$ (укажите $N(\varepsilon)$)

2. Найдите пределы числовых последовательностей: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-5^{n+1}}{2^{n+1}+5^{n+2}}$.

3. Докажите (найдите $\delta(\varepsilon)$), что $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{x-3}=2$.

4. Найдите предел функции:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-5x-1}{3x^3-5x^2+1}.$$

5. Найдите предел функции:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-3x+2}{x^3-x^2-x+1}.$$

6. Найдите предел функции:

$$\lim_{x\to 0}\frac{6e^{x^2}+3\cos(2x)-9-5x^4}{x\arcsin(2x)+\frac{1}{3}\ln(1-6x^2)+\frac{14}{3}x^4}.$$

Вариант 5

1. Докажите, что $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^2}{2-n^2}=-3$ (укажите $N(\varepsilon)$).

2. Найдите пределы числовых последовательностей:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3^n-2^n}{3^{n-1}+2^n}$$

3. Докажите (найдите $\delta(\varepsilon)$), что $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}}\frac{6x^2+x-1}{x-\frac{1}{3}}=5$.

4. Найдите предел функции:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{x^3-1}}{\sqrt{x^2-4}}$$

5. Найдите предел функции: $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^3-6x^2+12x-8}{x^3-3x^2+4}$

6. Найдите предел функции:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-4x^2}-\cos(2x)+\frac{8}{3}x^4}{3x^3\arcsin(2x)+x^2\ln(1-6x^2)}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №7 (КР7)

Вариант 1

1. Исследовать функцию на непрерывность:

$$f(x)=\frac{x^2-6x+9}{x^2-4x+3}.$$

2. Исследуйте функцию на непрерывность, установите характер точек разрыва и сделайте схематический чертеж:

$$f(x)=\begin{cases}-x, & x\le 1,\\ \dfrac{2}{x-1}, & x>1.\end{cases}$$

3. Продифференцировать функцию, заданную параметрически:

$$\begin{cases}x=2t^2,\\ y=t-3t^2.\end{cases}$$

4. Запишите первые пять ненулевых слагаемых в разложении функции по формуле Тейлора в точке x_0=-1

$$y=x\,\mathrm{arctg}(2x^2+4x+2)$$

Вариант 2

1. Исследовать функцию на непрерывность:

$$f(x)=\frac{x^2+3x+2}{x^2+4x+3}$$

2. Исследуйте функцию на непрерывность, установите характер точек разрыва и сделайте схематический чертеж:

$$f(x)=\frac{1}{1+x^{\frac{1}{2-x}}}.$$

3. Продифференцировать функцию, заданную параметрически:

$$\begin{cases}x=2t^2+6t,\\ y=2t-3t^3.\end{cases}$$

4. Запишите первые пять не нулевых слагаемых в разложении функции по формуле Тейлора в точке x_0=2

$$y=\sin(x^2-4x+1).$$

Вариант 3

1.Исследовать функцию на непрерывность: $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2-4x+3}$.

2. Исследуйте функцию на непрерывность, установите характер точек разрыва и сделайте схематический чертеж:

$$f(x)=\operatorname{arctg}\frac{1}{5-x}$$

3. Продифференцировать функцию, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x=t+2\sin 2t, \\ y=2t-t\cos 2t. \end{cases}$$

4. Запишите первые пять ненулевых слагаемых в разложении функции по формуле Тейлора в точке x_0=-4

$$y=\sin(x^2+8x+18)$$

Вариант 4

1. Исследовать функцию на непрерывность: $f(x)=\dfrac{x^3-27}{x^2-4x+3}$.
2. Исследуйте функцию на непрерывность, установите характер точек разрыва и сделайте схематический чертеж:

$$f(x)=\frac{1}{1+2^{\frac{1}{x-2}}}.$$

3. Продифференцировать неявно заданную функцию:

$$3x^2y^2-x^2y-3x\ \ +y=0.$$

4. Запишите первые пять ненулевых слагаемых в разложении функции по формуле Тейлора в точке x_0=-3

$$y=\sin(x^2+6x+7).$$

Вариант 5

1. Исследовать функцию на непрерывность:

$$f(x)=\frac{x^2+2x+4}{x^2-3x-10}.$$

2. Исследуйте функцию на непрерывность, установите характер точек разрыва и сделайте схематический чертеж:

$$f(x)=x+\frac{x+2}{|x+2|}.$$

3. Продифференцировать неявно заданную функцию:

$$xy^3-4xy+x^2+2=0.$$

4. Запишите первые пять ненулевых слагаемых в разложении функции по формуле Тейлора в точке x_0=-2

$$y=e^{x^2+4x-2}.$$

ТЕСТ №8 (Т8)

Вопрос № 1

Последовательность $\{a_n\}$, заданная формулой $n-$го члена $a_n = \dfrac{1}{n+1}$ является:

а) возрастающей; б) убывающей; в) неограниченной; г) неубывающей.

Вопрос № 2

Предел последовательности $\{a_n\}$, заданной формулой $n-$го члена $a_n = \dfrac{2^n}{n+1}$ равен:

а) $-\infty$;б) ∞; в) 0; г) -2.

Вопрос № 3

Среди перечисленных вариантов ответа выбрать значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+2x-6}{3x^2-6x-7}$:

а) $-\infty$;б) ∞;в) $\dfrac{1}{3}$; г) 0.

Вопрос №4

Среди перечисленных вариантов ответов выбрать значение предела $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-3x+2}$:

а) $-\infty$;б) 2; в) 3; г) 0.

Вопрос №5

Среди перечисленных вариантов ответов выбрать значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{tg\, x}$:

а) $-\infty$; б) 2; в) 3; г) 0.

Вопрос №6

Среди перечисленных вариантов ответов выбрать значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{4x}\right)^x$:

а) $e^{-\frac{1}{4}}$;б) $e^{\frac{1}{4}}$; в) e^{-4}; г) e^4.

Вопрос №7

Среди перечисленных вариантов ответов выбрать значение предела $\lim\limits_{x\to 1}\left(1-\dfrac{1}{4x}\right)^x$:

а) $e^{-\frac{1}{4}}$; б) $e^{\frac{1}{4}}$; в) $\dfrac{1}{4}$; г) $\dfrac{3}{4}$.

Вопрос № 8

Для функции $y=\frac{1}{x^2-1}$ точка $x=1$ является:

а) точкой непрерывности; б) точкой устранимого разрыва; в) точкой разрыва первого рода (скачка); г) точкой разрыва второго рода (бесконечного).

Вопрос № 9

Для функции $y=\begin{cases}0, \textit{при } x<0,\\ 1-x, \textit{при } x\ge 0;\end{cases}$ точка $x=0$ является:

а) точкой непрерывности; б) точкой устранимого разрыва; в) точкой разрыва первого рода (скачка); г) точкой разрыва второго рода (бесконечного).

Вопрос № 10

Для функции $y=\frac{x-1}{x^2-3x+2}$ точка $x=1$ является:

а) точкой непрерывности; б) точкой устранимого разрыва; в) точкой разрыва первого рода (скачка); г) точкой разрыва второго рода (бесконечного).

Ответы

№ задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
№ ответа	б	б	в	б	б	а	г	г	в	б

ТЕСТ №9 (Т9)

Вопрос № 1

Из перечисленных вариантов ответа выберите правильный вариант. Область определения функции двух переменных $z=\frac{1}{x^2+y^2}$ это:

а) все точки координатной плоскости; б) все точки координатной плоскости, кроме точки (0; 0); в) все точки координатной плоскости, кроме точек, лежащих на прямой $y=-x$; г) все точки координатной плоскости, кроме точек, лежащих на окружности $x^2+y^2=1$.

Вопрос № 2

Из перечисленных вариантов ответа выберите правильный вариант. Область определения функции двух переменных $z=\frac{1}{x^2+y^2-1}$ это:

а) все точки координатной плоскости; б) все точки координатной плоскости, кроме точки (0; 0); в) все точки координатной плоскости, кроме точек, лежащих на прямой $y=-x$; г) все точки координатной плоскости, кроме точек, лежащих на окружности $x^2+y^2=1$.

Вопрос № 3

Из перечисленных ниже вариантов ответа выберите правильный вариант. Область изменения (значений) функции двух переменных $z=x+y^2$ равна:

а) R; б) $(0;\infty)$; в) $[0;\infty)$; г) $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$.

Вопрос № 4

Из перечисленных ниже вариантов ответа выберите правильный вариант. Область изменения (значений) функции двух переменных $z=\frac{1}{x}+y^2$ равна:

а) R; б) $(0;\infty)$; в) $[0;\infty)$; г) $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$.

Вопрос № 5

Частная производная первого порядка по x функции двух переменных $z=\frac{1}{x^2+y^2}$ равна:

а) $z'_x = \frac{2x}{(x^2+y^2)^2}$; б) $z'_x = -\frac{2x}{(x^2+y^2)^2}$; в) $z'_x = -\frac{2y}{(x^2+y^2)^2}$; г) $z'_x = \frac{2y}{(x^2+y^2)^2}$.

Вопрос № 6

Частная производная первого порядка по x функции двух переменных $z = e^{xy}$ равна:

а) $z'_x = ye^{xy}$; б) $z'_x = -ye^{xy}$; в) $z'_x = xe^{xy}$; г) $z'_x = -xe^{xy}$.

Вопрос № 7

Частная производная первого порядка по x функции двух переменных $z = \ln xy$ равна:

а) $z'_x = \frac{x}{y}$; б) $z'_x = \frac{y}{x}$; в) $z'_x = \frac{1}{y}$; г) $z'_x = \frac{1}{x}$.

Вопрос № 8

Частная производная первого порядка по x функции трёх переменных $w = \ln(xyz)$ равна:

а) $w'_x = \frac{1}{x}$; б) $w'_x = \frac{1}{y}$; в) $w'_x = \frac{1}{z}$; г) $w'_x = \frac{1}{xyz}$.

Вопрос № 9

Частная производная второго порядка по x функции двух переменных $z = \sin xy$ равна:

а) $z''_{xx} = -2y\sin xy$; б) $z''_{xx} = -2x\sin xy$; в) $z''_{xx} = -x^2\sin xy$; г) $z''_{xx} = -y^2\sin xy$.

Вопрос № 10

Частная производная второго порядка по y функции двух переменных $z = \ln xy$ равна:

а) $z''_{yy} = -\frac{1}{xy}$; б) $z''_{yy} = \frac{1}{xy}$; в) $z''_{yy} = -\frac{1}{x^2}$; г) $z''_{yy} = -\frac{1}{y^2}$.

Ответы:

№ заданий	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
№ ответов	б	г	а	г	б	а	г	а	г	г

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №6 (КР6)

Вариант 1

1. Найдите неопределенные интеграл:

$$\int x^2 \ln x\,dx\;;$$

2. Найти неопределенный интерал:

$$\int \sin^5 x\sqrt[3]{\cos^2 x}\,dx\,.$$

3. Найдите неопределенный интеграл:

$$\int \frac{3x^3+7x^2+12x+6}{(x^2+3)(x^2+2x+3)}dx\,;$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=\frac{1}{x^2},\ y=-x,\ x=-2\,.$$

5. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_3^4 \frac{dx}{x^2-2x+1}$$

Вариант 2

1.Найти неопределенный интеграл:

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{2-3x^2}}\,;$$

2. Найти неопределенный интеграл:

$$\int \sin^3 2x dx\,;$$

3.Найти неопределенный интеграл:

$$\int \frac{2x^3+2x^2+2x+1}{(x^2+4x+3)(x^2+1)}dx\,;$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2\cos x,\ y = 3\cos x,\ x = -\pi,\ x = \pi$$

5. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \sin 2x dx$$

Вариант 3

1. Найдите неопределенные интеграл:

$$\text{a)} \quad \int \frac{(\arccos x)^3 - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx;$$

2. Найти неопределенный интерал:

$$\int \frac{x^3 + x + 1}{(x^2 - 4x + 6)(x - 2)} dx;$$

3. Найдите неопределенный интеграл:

$$\int \frac{dx}{5 + \cos x - \sin x}.$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x},\ y = x,\ x = 3$$

5. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_1^4 \frac{dx}{x^2 + 2x}$$

Вариант 4

1.Найдите неопределенные интеграл:

$$\int \frac{arctgx\, dx}{1 + x^2};$$

2. Найти неопределенный интерал:

$$\int \cos x \sqrt[3]{\sin^2 x} dx.$$

3. Найдите неопределенный интерал:

$$\int \frac{2x^2 - x + 1}{(x^2 + 1)(x^2 - x + 1)} dx;$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sin x,\ y = 1,\ x = 0.$$

5. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^1 x^2 \operatorname{arctg} x dx.$$

Вариант 5

1. Найдите неопределенные интеграл:

$$\int \frac{dx}{x \ln x};$$

2. Найти неопределенный интерал:

$$\int \cos^2 x \sin^2 x\, dx.$$

3. Найдите неопределенный интерал:

$$\int \frac{x^3 + x + 1}{(x^2 - 4x + 6)(x - 2)} dx;$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x},\ y = x,\ x = 3$$

5. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_1^e \ln x\, dx$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №7 (КР7)

Вариант 1

1.Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:

а) $z = x\sin y$. б) $z = x^4 y^2$;

2. Исследовать функцию на экстремумы:

$$z = x^3 + y - 3xy$$

3. Вычислить несобственный интеграл:

$$\int_1^{+\infty} 2^{-x}(3x-1)\,dx .$$

4. Исследуйте сходимость несобственных интегралов:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[4]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 1}\,dx$$

5.Найти полный дифференциал 2 порядка функции:

$$z = \sqrt{xy} ;$$

Вариант 2

1. Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:

а) $z = \dfrac{y^2}{x^2}$; б) $z = x\,tg\,y$.

2. Исследовать функцию на экстремумы: $z = x^2 + y^2 - 2xy$

3. Вычислить несобственный интеграл:

$$\int_0^{+\infty} e^{-3x}(x+1)\,dx$$

4. Исследуйте сходимость несобственных интегралов:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{x^4}\,dx}{1+x^5}$$

5.Найти полный дифференциал 2 порядка функции:

$$z = \cos xy;$$

Вариант 3

1. Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:

а) $z = \dfrac{x}{y^3}$; б) $z = x\,ctg\,y$.

2. Исследовать функцию на экстремумы: $z = x^2 + xy + y^2 - x - 2y$

3. Вычислить несобственный интеграл:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx.$$

4. Исследуйте сходимость несобственных интегралов:

$$\int_0^1 \frac{2^x - 1}{\sin 3x^2} dx.$$

5.Найти полный дифференциал 2 порядка функции:

$$z = \frac{xy}{\ln x};$$

Вариант 4

1. Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:

а) $z = xe^y$. б) $z = x^2y^2 - 3xy$;

2. Исследовать функцию на экстремумы: $z = x^2 + xy - y^2 - x - 2y$

3. Вычислить несобственный интеграл:

$$\int_{-\infty}^{2}\frac{dx}{x^2-4x+6}.$$

4. Исследуйте сходимость несобственных интегралов:

$$\int_{3}^{+\infty}\frac{dx}{\sqrt{x(x-1)(x-2)}};$$

5.Найти полный дифференциал 2 порядка функции:

$$z=\frac{\sqrt{xy}}{x+y};$$

Вариант 5

1.Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:

а) $z=\dfrac{\sqrt{xy}}{x-y}$; б) $z=x^2y-3xy^2+xy$;

2. Исследовать функцию на экстремумы: $z=x^2+xy+y^2-x+2y$

3. Вычислить несобственный интеграл:

$$\int_{0}^{1}\frac{\arcsin x dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

4. Исследуйте сходимость несобственных интегралов:

$$\int_{0}^{1}\frac{2^x-1}{\sin 3x^2}dx.$$

5.Найти полный дифференциал 2 порядка функции:

$$z=xe^{xy}.$$

ТЕСТ №10 (Т10)

1. Если существует конечный предел I интегральной суммы __________ составленной для функции *f(x)* на _______при условии ___________и этот предел не зависит ни от способа разбиения [*a; b*] на части, ни от выбора в них промежуточных точек ξ_k,то функция *f(x)*называется интегрируемой на [*a; b*]; число

I называется определенным интегралом от *f(x)* на [*a*; *b*] и обозначается символом ________ . (Вставьте номер пропущенного выражения, так чтобы получилось верное определение.)

1. $\max\limits_{k=\overline{1,n}} \Delta x_k \to 0$
2. $[a;b]$
3. $\sum\limits_{k=1}^{n} f(\xi_k)\Delta x_k$
4. $\sum\limits_{k=1}^{n} f(x)dx$
5. $\int\limits_a^b f(x)dx$
6. $(a;\ b)$

2. Выберите среди приведенных выражений верно написанные свойства определенного интеграла, если *f(x)* и *g(x)* – интегрируемы на [*a*; *b*], [*a*; *c*], [*c*;*b*] *k*=const.

а) $\int\limits_a^b f(x)dx = \int\limits_b^a \frac{1}{f(x)}dx$

б) $\int\limits_a^b f(x)dx = -\int\limits_b^a f(x)dx$

в) $\int\limits_a^b kf(x)dx = k\int\limits_a^b f(x)dx$

г) $\int\limits_a^b (f(x) \pm g(x))dx = \int\limits_a^b f(x)dx \pm \int\limits_a^b g(x)dx$

д) $\int\limits_a^b f(x)g(x)dx = \int\limits_a^b f(x)dx \int\limits_a^b g(x)dx$

е) $\int\limits_a^b f(x)dx = \int\limits_a^c f(x)dx + \int\limits_c^b f(x)dx$

3. Теорема о среднем значении определенного интеграла: если функция *y*=*f(x)*непрерывна на [*a*; *b*], то найдется хотя бы одна точка *c* є [*a*; *b*], в которой выполняется равенство.

а) $\int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$

б) $\int_a^b f(x)dx = f'(c)(b-a)$

в) $\int_a^b f(x)dx = \dfrac{f(c)}{b-a}$

г) $\int_a^b f(x)dx = c(f(b)-f(a))$

4. Формула Ньютона-Лейбница $\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$ справедлива, если

а) $F'(x) = f(x)$

б) $F(x)$ – непрерывна на $[a;b]$; $F'(x) = f(x)$

в) $f(x)$ – непрерывна на $[a;b]$; $F'(x) = f(x)$

г) $F(x) = \int_a^x f(t)dt$

5. Укажите верное соответствие между функцией и ее свойством.

Замена переменной в определенном интеграле может быть выполнена по формуле $\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$, если $f(x)$, $\varphi(t)$ и $\varphi'(t)$ являются

Функция	
1	$f(x)$
2	$\varphi(t)$
3	$\varphi'(t)$

Свойство
непрерывная функция на $[\alpha;\beta]$, где $a = \varphi(\alpha), b = \varphi(b)$
непрерывная функция на $[a;b]$
монотонная и непрерывная функция на $[\alpha;\beta]$, где $a = \varphi(\alpha), b = \varphi(b)$

6. Выберите верные утверждения

а) $\int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$, если $f(x)$ -четная

б) $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$,если $f(x)$-четная в) $\int\limits_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)dx$, если $f(x)$-нечетная

г) $\int\limits_{-a}^{a} f(x)dx = 0$, если $f(x)$ нечетная

7. Выберите верную запись формул интегрирования по частям в определенном интеграле

а) $\int\limits_{a}^{b} u(x)du(x) = u(x)v(x) - \int\limits_{a}^{b} v(x)du(x)$

б) $\int\limits_{a}^{b} u(x)dv(x) = u(x)v(x)\Big|_{a}^{b} - \int\limits_{a}^{b} v(x)du(x)$

в) $\int\limits_{a}^{b} u(x)dv(x) = u(x)v(x)\Big|_{\alpha}^{\beta} - \int\limits_{\alpha}^{\beta} v(x)du(x)$

г) $\int\limits_{a}^{b} u(x)dv(x) = u(x)v(x)\Big|_{a}^{b} - \int\limits_{a}^{b} v(x)u(x)dx$

8. Укажите верное соответствие между представленными на рисунках плоскими фигурами и формулами для нахождения их площадей.

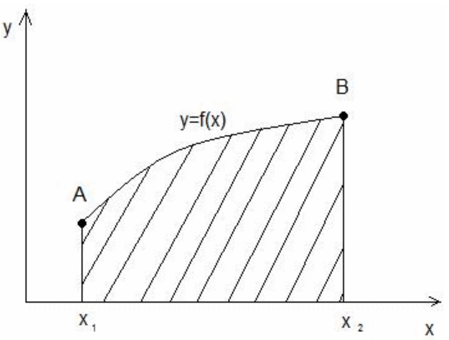


рис. 1

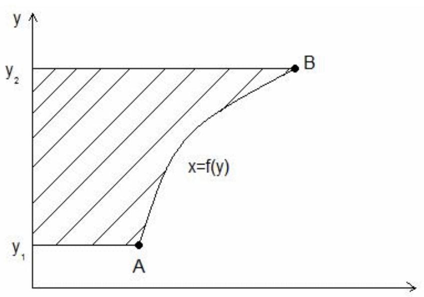
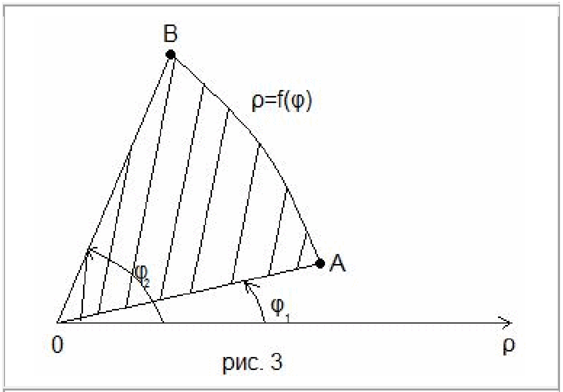
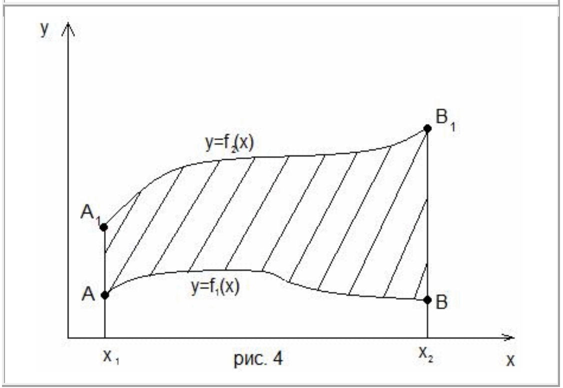


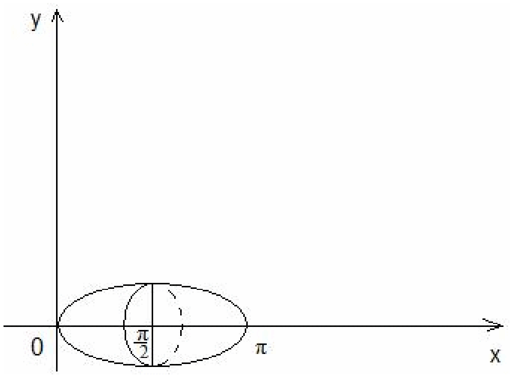
рис.2

S= $\int\limits_{y_1}^{y_2} f(y)dy$
S= $\int\limits_{x_1}^{x_2} f(x)dx$
S= $\int\limits_{x_1}^{x_2} (f_2(x) - f_1(x))dx$
S= $\frac{1}{2}\int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} \rho^2 d\varphi$





9. Объем тела вращения вокруг оси Ох криволинейной трапеции, ограниченной дугой синусоиды $y = \sin x$ и отрезком $[0; \pi]$



.

а) $\pi^2 - 1$

б) $\frac{1}{3}\pi^2$

в) $\frac{1}{2}\pi^2$

г) $\frac{1}{2}\pi$

10. Среди предложенных вариантов ответа выберите значение площади фигуры, ограниченной линиями $y = 0, x = 0, y = \cos x$:

а) 0

б) $\frac{\pi}{2}$

в) 1

г) π

Ответы:

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ ответа	3,1,2,5	б,в,г,е	а	в	3,1,2	а,г	г	рис2, рис1, рис4, рис3	в	в

ТЕСТ №11 (Т11)

Вопрос № 1

Из перечисленных вариантов ответа выберите правильный вариант. Область определения функции двух переменных $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$ это:

а) все точки координатной плоскости; б) все точки координатной плоскости, кроме точки (0; 0); в) все точки координатной плоскости, кроме точек, лежащих на прямой $y = -x$; г) все точки координатной плоскости, кроме точек, лежащих на окружности $x^2 + y^2 = 1$.

Вопрос № 2

Из перечисленных вариантов ответа выберите правильный вариант. Область определения функции двух переменных $z = \frac{1}{x^2 + y^2 - 1}$ это:

а) все точки координатной плоскости; б) все точки координатной плоскости, кроме точки (0; 0); в) все точки координатной плоскости, кроме точек, лежащих на прямой $y = -x$; г) все точки координатной плоскости, кроме точек, лежащих на окружности $x^2 + y^2 = 1$.

Вопрос № 3

Из перечисленных ниже вариантов ответа выберите правильный вариант. Область изменения (значений) функции двух переменных $z = x + y^2$ равна:

а) R; б) $(0;\infty)$; в) $[0;\infty)$; г) $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$.

Вопрос № 4

Из перечисленных ниже вариантов ответа выберите правильный вариант. Область изменения (значений) функции двух переменных $z = \frac{1}{x} + y^2$ равна:

а) R; б) $(0;\infty)$; в) $[0;\infty)$; г) $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$.

Вопрос № 5

Частная производная первого порядка по x функции двух переменных $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$ равна:

а) $z'_x = \frac{2x}{(x^2+y^2)^2}$; б) $z'_x = -\frac{2x}{(x^2+y^2)^2}$; в) $z'_x = -\frac{2y}{(x^2+y^2)^2}$; г) $z'_x = \frac{2y}{(x^2+y^2)^2}$.

Вопрос № 6

Частная производная первого порядка по x функции двух переменных $z = e^{xy}$ равна:

а) $z'_x = ye^{xy}$; б) $z'_x = -ye^{xy}$; в) $z'_x = xe^{xy}$; г) $z'_x = -xe^{xy}$.

Вопрос № 7

Частная производная первого порядка по x функции двух переменных $z = \ln xy$ равна:

а) $z'_x = \frac{x}{y}$; б) $z'_x = \frac{y}{x}$; в) $z'_x = \frac{1}{y}$; г) $z'_x = \frac{1}{x}$.

Вопрос № 8

Частная производная первого порядка по x функции трёх переменных $w = \ln(xyz)$ равна:

а) $w'_x = \frac{1}{x}$; б) $w'_x = \frac{1}{y}$; в) $w'_x = \frac{1}{z}$; г) $w'_x = \frac{1}{xyz}$.

Вопрос № 9

Частная производная второго порядка по x функции двух переменных $z = \sin xy$ равна:

а) $z''_{xx} = -2y\sin xy$; б) $z''_{xx} = -2x\sin xy$; в) $z''_{xx} = -x^2\sin xy$; г) $z''_{xx} = -y^2\sin xy$.

Вопрос № 10

Частная производная второго порядка по y функции двух переменных $z = \ln xy$ равна:

а) $z''_{yy} = -\dfrac{1}{xy}$; б) $z''_{yy} = \dfrac{1}{xy}$; в) $z''_{yy} = -\dfrac{1}{x^2}$; г) $z''_{yy} = -\dfrac{1}{y^2}$.

Ответы:

№ задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
№ ответа	б	г	а	г	б	а	г	а	г	г

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Векторы и линейные операции над ними. Проекция вектора на ось, свойства.
2. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Разложение вектора по базису.
3. Линейные операции над векторами в координатной форме. Преобразование переноса.
4. Скалярное произведение векторов, приложения.
5. Векторное произведение векторов, приложения.
6. Смешанное произведение векторов, геометрический смысл, приложения.
7. Полярная система координат, связь между полярными и декартовыми координатами точки.
8. Линии и их уравнения, уравнение окружности. Прямая в R^2, различные формы уравнения, взаимное расположение двух прямых. Расстояние от точки до прямой.
9. Линии второго порядка на плоскости. Эллипс, гипербола и парабола. Канонические уравнения. Общее уравнение кривых второго порядка на плоскости.
10. Общее уравнение кривых второго порядка в декартовой системе координат. Приведение общего уравнения кривых второго порядка к каноническому виду.

11. Уравнения кривых второго порядка в полярных координатах.

12. Плоскость в R^3, различные формы уравнения, взаимное расположение двух плоскостей.

13. Прямая в R^3, различные формы уравнения, взаимное расположение двух прямых.

14. Взаимное расположение плоскости и прямой в R^3 .

15. Цилиндрические поверхности. Алгебраические поверхности второго порядка, их канонические уравнения, установление форм методом сечений.

16. Общее уравнение поверхности второго порядка.

17. Матрицы и действия над ними.

18. Определители и их свойства.

19. Обратная матрица. Ранг матрицы.

20. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), основные понятия.

21. Исследования СЛАУ на совместность, теорема Кронекера–Капелли. Метод Гаусса.

22. Матричный метод решения.

23. Формулы Крамера.

24. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная системы.

25. Однородные СЛАУ.

26. Фундаментальная система решений. Решения однородных систем

27. Способы вычисления определителя n-го порядка.

28. Прямой ход и обратный ход исключения переменных в методе Гаусса.

29. Линейные пространства. Линейная зависимость системы векторов. Размерность и базис линейного пространства.

30. Комплексные числа: определение, основные понятия, геометрическое изображение.

31. Алгебраические действия над комплексными числами.

32. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа.

33. Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера.

34. Многочлены. Теорема Безу. Основная теорема алгебры.

35. Разложение многочлена на линейные и квадратичные множители

Разложение рациональных дробей на простейшие, методы вычисления коэффициентов.