

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
**Трехгорный технологический институт–**  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
**(ТТИ НИЯУ МИФИ)**

**КАФЕДРА  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН**

**УТВЕРЖДАЮ**  
Директор ТТИ НИЯУ МИФИ  
\_\_\_\_\_ Т.И. Улитина  
«26» \_\_\_\_\_ июня 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
«КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ И РЯДЫ»**

**Направление подготовки:** 11.03.03 Конструирование и технология электронных средств

**Профиль подготовки:** Проектирование и технология радиоэлектронных средств

**Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр

**Форма обучения:** очная

Трехгорный  
2024

# **1 ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дисциплина «Кратные интегралы и ряды» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует фундаментализации образования, формированию мировоззрения и развитию системного мышления. Она знакомит студентов с понятиями числовые и функциональные ряды; кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Дисциплина является базовой для изучения всех математических и специальных дисциплин. Знания и практические навыки, полученные по дисциплине «Кратные интегралы и ряды», используются обучаемыми при изучении общепрофессиональных дисциплин, а также при выполнении тестов, контрольных и домашних работ.

## **1.1 Цели дисциплины**

Цель дисциплины «Кратные интегралы и ряды» – является создание основы для получения полноценного естественнонаучного образования.

## **1.2 Задачи дисциплины**

Задачами дисциплины «Кратные интегралы и ряды» являются обучение студентов методам интегрирования функций многих переменных; гармоническому анализу.

# **2 МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО**

Дисциплина «Кратные интегралы и ряды» (Б1.Б.10) относится к базовой части рабочего учебного плана. Дисциплина изучается в 4 семестре.

# **3 КОМПЕТЕНЦИИ СТУДЕНТА, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ / ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАЗОВАНИЯ И КОМПЕТЕНЦИИ СТУДЕНТА ПО ЗАВЕРШЕНИИ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

## **3.1 Общекультурные и профессиональные компетенции**

Изучение дисциплины «Кратные интегралы и ряды» направлено на формирование у студентов следующих компетенций:

**общепрофессиональных (ОПК):**

- способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности (ОПК-1);

**универсальных (УК):**

- способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни (УК-6);

**универсальных естественно-научная компетенция (УКЕ):**

- способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах (УКЕ-1).

**3.2 Перечень результатов образования, формируемых дисциплиной,  
с указанием уровня их освоения**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**знать:**

– знать фундаментальные законы природы и основные физические и математические законы (З-ОПК-1);

– основные приемы эффективного управления собственным временем; основные методики самоконтроля, саморазвития и самообразования на протяжении всей жизни (З-УК-6);

– основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (З-УКЕ-1)

**уметь:**

– уметь применять физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера (У-ОПК-1);

– эффективно планировать и контролировать собственное время; использовать методы саморегуляции, саморазвития и самообучения (У-УК-6);

– использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи (У-УКЕ-1)

**владеть:**

- владеть навыками использования знаний естественных наук и математики при решении практических задач инженерной деятельности (В-ОПК-1);
- методами управления собственным временем; технологиями приобретения, использования и обновления социокультурных и профессиональных знаний, умений, и навыков; методиками саморазвития и самообразования в течение всей жизни (В-УК-6);
- методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами (В-УКЕ-1).

### 3.3 Воспитательная работа

| Направление/<br>цели                                    | Создание условий,<br>обеспечивающих                                                                                                                                                                                                              | Использование воспитательного потенциала<br>учебных дисциплин                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Естественнонаучный и общепрофессиональный модули</b> |                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>Профессиональное<br/>и трудовое<br/>воспитание</b>   | - формирование<br>глубокого понимания<br>социальной роли<br>профессии, позитивной<br>и активной установки на<br>ценности избранной<br>специальности,<br>ответственного<br>отношения к<br>профессиональной<br>деятельности, труду<br><b>(В14)</b> | 1.Использование воспитательного потенциала<br>дисциплин естественнонаучного и<br>общепрофессионального модуля для:<br>- формирования позитивного отношения к<br>профессии инженера (конструктора, технолога),<br>понимания ее социальной значимости и роли в<br>обществе, стремления следовать нормам<br>профессиональной этики посредством<br>контекстного обучения, решения практико-<br>ориентированных ситуационных задач.<br>- формирования устойчивого интереса к<br>профессиональной деятельности, способности<br>критически, самостоятельно мыслить,<br>понимать значимость профессии посредством<br>осознанного выбора тематики проектов,<br>выполнения проектов с последующей<br>публичной презентацией результатов, в том<br>числе обоснованием их социальной и<br>практической значимости;<br>- формирования навыков командной работы, в<br>том числе реализации различных проектных<br>ролей (лидер, исполнитель, аналитик и пр.)<br>посредством выполнения совместных проектов.<br>2.Использование воспитательного потенциала<br>дисциплин "Экономика и управление<br>производством", "Инновационная экономика и<br>технологическое предпринимательство",<br>"Правоведение" для:<br>- формирования навыков системного видения |

|                                    |                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                    |                                                                                                        | роли и значимости выбранной профессии в социально-экономических отношениях через контекстное обучение                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|                                    | - формирование психологической готовности к профессиональной деятельности по избранной профессии (B15) | Использование воспитательного потенциала дисциплин общепрофессионального модуля для:<br>- формирования устойчивого интереса к профессиональной деятельности, потребности в достижении результата, понимания функциональных обязанностей и задач избранной профессиональной деятельности, чувства профессиональной ответственности через выполнение учебных, в том числе практических заданий, требующих строгого соблюдения правил техники безопасности и инструкций по работе с оборудованием в рамках лабораторного практикума. |
| <b>Интеллектуальное воспитание</b> | - формирование культуры умственного труда (B11)                                                        | Использование воспитательного потенциала дисциплин гуманитарного, естественнонаучного, общепрофессионального и профессионального модуля для формирования культуры умственного труда посредством вовлечения студентов в учебные исследовательские задания, курсовые работы и др.                                                                                                                                                                                                                                                   |

#### 4 СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

| №<br>п/п         | Раздел<br>учебной<br>дисциплины | Недели | Виды учебной<br>деятельности, включая<br>самостоятельную работу<br>студентов и<br>трудоемкость (в часах) |                |                 |                   | Текущий<br>контроль<br>успеваемост<br>и<br>(неделя,<br>форма) | Аттестация<br>раздела<br>(неделя,<br>форма) | Макс.<br>балл за<br>раздел |
|------------------|---------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|-----------------|-------------------|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------|
|                  |                                 |        | Лекции                                                                                                   | Лаб.<br>работы | Прак.<br>работы | Самост.<br>работа |                                                               |                                             |                            |
| Семестр 4        |                                 |        |                                                                                                          |                |                 |                   |                                                               |                                             |                            |
| 1                | Раздел 1                        | 1-9    | 13                                                                                                       | -              | 14              | 13                | T1 – 4, 10                                                    | KP1 – 9, 15                                 | 25                         |
| 2                | Раздел 2                        | 10-18  | 13                                                                                                       | -              | 14              | 14                | T2 – 14, 10                                                   | KP2 – 18, 15                                | 25                         |
| Итого            |                                 |        | 26                                                                                                       | -              | 28              | 27                | 20                                                            | 30                                          | 50                         |
| Экзамен          |                                 |        | 27                                                                                                       |                |                 |                   |                                                               |                                             | 50                         |
| Итого за семестр |                                 |        |                                                                                                          |                |                 |                   |                                                               |                                             | 100                        |

KP- контрольная работа

T-тестирование

## 4.1 Содержание лекций

### 4 семестр

#### Раздел 1

##### Интегральное исчисление функций многих переменных

Двойной интеграл, определение, свойства и условия существования двойного интеграла, его геометрический и физический смысл. Вычисление двойного интеграла в декартовых и полярных координатах. Некоторые геометрические и физические приложения двойного интеграла. Тройной интеграл, определение, свойства и условия существования. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах. Некоторые приложения тройного интеграла. Криволинейный интеграл I рода, II рода, определение, вычисление и некоторые приложения. Формула Грина. Условия независимости интеграла от пути интегрирования. Интегрирование по замкнутому контуру. Интегрирование полных дифференциалов. Работа силы. Поверхностный интеграл I рода, его вычисление и некоторые приложения. Поверхностный интеграл II рода и его вычисление. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса.

#### Раздел 2

##### Ряды

Числовые ряды. Ряд геометрической прогрессии. Сходимость и сумма ряда. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд. Радикальный и интегральный признаки Коши. Обобщенный гармонический ряд. Знакопередающие и знакопеременные ряды. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимости. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов: почленное дифференцирование и интегрирование. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал, радиус сходимости и свойства степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Приложение рядов. Периодические функции и процессы. Тригонометрический ряд и его основные свойства. Разложение периодических функций в ряд Фурье. Представление непериодической функции рядом Фурье. Сходимость ряда Фурье.

## **4.2 Тематический план практических работ**

### **4 семестр**

1. Двойной интеграл, вычисление в декартовых и полярных координатах.
2. Приложения двойного интеграла.
3. Тройной интеграл, вычисление тройного интеграла в декартовых, цилиндрических и сферических координатах.
4. Некоторые приложения тройного интеграла.
5. Криволинейный интеграл I рода, его вычисление и некоторые приложения.  
Криволинейный интеграл II рода, его вычисление и некоторые приложения.
6. Формула Грина. Интегрирование по замкнутому контуру. Работа силы.
7. Поверхностный интеграл I рода, его вычисление и некоторые приложения.  
Поверхностный интеграл II рода и его вычисление. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса.
8. Числовые ряды. Ряд геометрической прогрессии. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
9. Радиальный и интегральный признаки Коши. Обобщенный гармонический ряд.
10. Знакопередающиеся и знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости.
11. Сходимость степенных рядов. Интервал, радиус сходимости степенных рядов.
12. Разложение периодических функций в ряд Фурье. Представление непериодической функции рядом Фурье.
13. Сходимость ряда Фурье. Интеграл Фурье.

## **4.3 Самостоятельная работа студентов**

### **4 семестр**

1. Двойной интеграл, вычисление в декартовых и полярных координатах.
2. Приложения двойного интеграла.
3. Тройной интеграл, вычисление тройного интеграла в декартовых, цилиндрических и сферических координатах.
4. Некоторые приложения тройного интеграла.
5. Криволинейный интеграл I рода, его вычисление и некоторые приложения.  
Криволинейный интеграл II рода, его вычисление и некоторые приложения.

6. Формула Грина. Интегрирование по замкнутому контуру. Работа силы.
7. Поверхностный интеграл I рода, его вычисление и некоторые приложения. Поверхностный интеграл II рода и его вычисление. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса.
8. Числовые ряды. Ряд геометрической прогрессии. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
9. Радикальный и интегральный признаки Коши. Обобщенный гармонический ряд.
10. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости.
11. Сходимость степенных рядов. Интервал, радиус сходимости степенных рядов.
12. Разложение периодических функций в ряд Фурье. Представление непериодической функции рядом Фурье.
13. Сходимость ряда Фурье. Интеграл Фурье.

## **5 ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

В соответствии с компетентностным подходом выпускник вуза должен не просто обладать определенной суммой знаний, а уметь при помощи этих знаний решать конкретные задачи производства.

Учитывая требования ОС НИЯУ МИФИ по направлению подготовки 11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств», реализация компетентностного подхода должна предусматривать широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Лекционные занятия проводятся в специализированной аудитории с применением мультимедийного проектора в виде учебной презентации. Учебные материалы предъявляются обучающимся для ознакомления и изучения, основные моменты лекционных занятий конспектируются. Отдельные темы предлагаются для самостоятельного изучения с обязательным составлением и контролем конспекта.

## **6 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

Фонд оценочных средств позволяет оценить знания, умения, навыки и уровень приобретенных компетенций. Фонд оценочных средств по дисциплине включает:

- 6.1 Комплект заданий для текущего контроля успеваемости.
- 6.2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации.

## **7 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **7.1 Основная литература**

- 1. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Том 3. В 2 кн. Книга 1. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 288 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8643-3. — URL : <https://urait.ru/bcode/538129>
- 2. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 3-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09085-7. — URL : <https://urait.ru/bcode/536012>

### **7.2 Дополнительная литература**

- 1. Потапов, А. П. Математический анализ. Дифференциальное исчисление ФНП, уравнения и ряды : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 379 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08280-7. — URL : <https://urait.ru/bcode/537210>
- 2. Сборник задач по высшей математике в 4 ч. Часть 1 : учебное пособие для вузов / А. С. Поспелов [и др.] ; под редакцией А. С. Поспелова. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 355 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02075-5. — URL : <https://urait.ru/bcode/537724>

## **8 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, групповые и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной аттестации используются учебные аудитории, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Учебные аудитории для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду вуза.

ТТИ НИЯУ МИФИ обеспечен необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения.

Сведения о наличии оборудованных учебных кабинетов, объектов для проведения практических занятий представлены на официальном сайте ТТИ НИЯУ МИФИ:  
<http://tti-mephi.ru/ttimephi/sveden/objects>